

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Análisis completo de las asíntotas de una función racional

CÓDIGO MAT-CAL 1-I2	NIVEL ◆ I · Integrador	TIEMPO ESTIMADO 15–20 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO Límites y continuidad (arquetipo del módulo)	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante integre límites infinitos, límites al infinito y simplificación para describir todas las asíntotas y huecos.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando te piden **todas** las asíntotas de una función racional y su comportamiento cerca de ellas, a menudo como paso previo para graficarla. Aquí se espera que separes los huecos de las asíntotas y combines el análisis vertical con el horizontal u oblicuo. Ejemplo mínimo:

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-1} \text{ tiene un hueco en } x=1 \text{ y una asíntota vertical en } x=-1.$$

 **Pista:** Se pide «encuentra todas las asíntotas» o «describe el comportamiento de la gráfica».

 **Pista:** La función es un cociente de polinomios, a veces con factores comunes.

 **Frontera:** Si solo se piden las asíntotas **verticales**, NO es este arquetipo → ve a «Hallar las asíntotas verticales de una función» (1.6-G2).

 **Frontera:** Si solo se piden las **horizontales u oblicuas**, NO es este arquetipo → ve a «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4).

 **Frontera:** Si te dan condiciones y piden dibujar una función que las cumpla, NO es este arquetipo → ve a «Esbozar una gráfica que cumpla condiciones de límites» (1-I3).

 **Conexión:** Combina: 1.6-G2 (verticales) + 1.6-G1 (laterales) + 1.7-G4 (horizontales y oblicuas).

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Función simplificada	f	_____
Huecos	—	$x = \underline{\hspace{1cm}}$
Asíntotas verticales	—	$x = \underline{\hspace{1cm}}$
Asíntota horizontal u oblicua	—	$y = \underline{\hspace{1cm}}$
¿Qué se pide?	☐ Todas las asíntotas ☐ Huecos ☐ Comportamiento cerca de las verticales	
Representación [Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]		

☐ **Control:** ¿Factorizaste y simplificaste **antes** de buscar asíntotas? ☐ Sí ☐ No

3 ACTIVA • Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Hueco frente a asíntota Factor que se cancela $\Rightarrow$ hueco; factor que queda en el denominador $\Rightarrow$ asíntota vertical	Primera decisión del análisis.
Horizontal $\text{grado}(N) \leq \text{grado}(D) \Rightarrow y = L$ ($L=0$ si el grado de N es menor; cociente de los coeficientes principales si los grados son iguales)	Comportamiento al infinito.
Oblicua $\text{grado}(N) = \text{grado}(D) + 1 \Rightarrow y = mx + b$, el cociente de la división de N entre D	Comportamiento al infinito.

 **Conexión:** Fichas teóricas: Temas 1.6 y 1.7.

4 RESUELVE • Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A • DESCOMPÓN

1. **Factoriza** y simplifica la función.

 **Clave:** Simplificar **primero** separa los huecos (factores que se cancelan) de las asíntotas (factores que quedan).

B • RESUELVE CADA PARTE

2. **Halla** las asíntotas verticales y el signo de f a cada lado (1.6-G2 y 1.6-G1).
3. **Halla** la asíntota horizontal u oblicua (1.7-G4).
4. **Calcula** la ordenada de cada hueco.

 **Cuidado:** Usa la expresión simplificada, no la original: en el hueco, la original da 0/0.

C • INTEGRA

5. **Reúne** todo en un resumen.

☐ **Control:** ¿Cada cero del denominador original quedó clasificado como hueco o asíntota?

6. **Concluye** con la lista de asíntotas, huecos y comportamiento.

5 COMPRUEBA • Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Clasificaste cada cero del denominador?
☐	¿Diste las coordenadas de los huecos?
☐	¿Indicaste el signo de f a cada lado de las asíntotas verticales?
☐	¿Una gráfica con software coincide con tu análisis?
☐	¿Revisaste $x \rightarrow \infty$ y $x \rightarrow -\infty$?

6**RECUERDA • Tip Final del Profesor***Fijar la clave del arquetipo • ¿Qué no debo olvidar?*

Orden de trabajo: **simplifica – verticales – horizontal u oblicua – huecos**. Así nada se escapa.

7**PRACTICA • Práctica Aplicada – 5 versiones***Transferir el arquetipo a casos nuevos • ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?*

Versión 1 <i>Directa</i>	Analiza las asíntotas de $f(x) = \frac{2x^2}{x^2-1}$.
Versión 2 <i>Con oblicua</i>	Analiza las asíntotas de $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$.
Versión 3 <i>Con hueco</i>	Analiza las asíntotas y los huecos de $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$.
Versión 4 <i>Dos verticales y oblicua</i>	Analiza las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{x^2-x-2}$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Analiza por completo $f(x) = \frac{x^2-x}{x^2-4x+3}$: asíntotas, huecos y signo cerca de las verticales.

CLAVE DE RESPUESTAS1. Verticales $x = -1$ y $x = 1$; horizontal $y = 2$.2. Vertical $x = 1$; oblicua $y = x + 1$.3. $f(x) = \frac{1}{x+2}$ para $x \neq -2$: vertical $x = -2$; horizontal $y = 0$; hueco en $\left(2, \frac{1}{4}\right)$.4. Verticales $x = -1$ y $x = 2$; oblicua $y = x + 1$.5. $f(x) = \frac{x}{x-3}$ para $x \neq 3$: vertical $x = 3$ ($f \rightarrow -\infty$ por la izquierda y $f \rightarrow +\infty$ por la derecha); horizontal $y = 1$; hueco en $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$.